Universidad Complutense de Madrid
Facultad de Ciencias Matématicas
Departamento de Algebra

Teléfono: 91 394 45 70, Fax: 91 394 46 62
Correo electrónico: Algebra@mat.ucm.es

SEMINARIO DE GEOMETRÍA ALGEBRAICA

Jueves 20 de abril de 2006, 14:30, Seminario 238

Enrique Aznar

profesor de la Universidad de Granada,
impartirá la conferencia

Sobre el algoritmo de Buchberger. Una nueva visión

El algoritmo de Buchberger (1965) permite calcular una base de Gröebner de un ideal de polinomios $I \subset K[x_1, \ldots, x_n]$,donde K es un cuerpo computable respecto de un orden total admisible prefijado en el semigrupo de terminos $< x_1, \ldots, x_n >$. La eficacia y terminación del algoritmo depende de dos subrutinas: la de reducción de un polinomio respecto de un conjunto de polinomios y la determinación del conjunto de polinomios del ideal que es suficiente reducir. La eficacia del algoritmo depende pués de: la estrategia de elección de reductores, para la primera subrutina o la introducción de S- polinomios para la segunda.

En la última decada se ha llevado a cabo un estudio muy completo de la segunda de ellas a saber, el tratamiento de los S- polinomios; Traverso (Hilbert Driven), Gebauer-Möller (Staggered Bases), F5 (Faugère) (una modificación del cálculo de una base de Gebauer-Möller). Sin embargo, no hay conclusiones ni aportaciones definitivas respecto a la primera subrutina de reducción de polinomios, salvo estudios heurísticos sensibles al input. En el trabajo que presentamos en esta charla se propone una idea diferente respecto a la reducción, que recoge la idea inicial de Macaulay y del propio Gröbner, de no trabajar con ordenes totales prefijados.

Más concretamente, convertiremos cada base del ideal en un conjunto de polinomios marcados, según un orden parcial artiniano, asociando a éste un poliedro en $\mathbb{N}^n$ que asegura la terminación del proceso de reducción, pero dando libertad a la elección del término "leader" en el nuevo polinomio reducido. El tratamiento de los S- polinomios es el mismo salvo que se añade la elección del término "leader" cada vez que se introduce un polinomio reducido en la base. Este método es compatible con cualquiera de los algoritmos conocidos para la que llamamos segunda subrutina. Es por tanto combinable con el "Hilbert driven" de Traverso para ideales homogéneos o, con el de cálculo de "Staggered Bases".

El conjunto de los poliedros asociados a todas las bases de Gröebner reducidas de un mismo ideal coincide con la definición de "Gröebner Fan" dada por Fukuda et alt. (2005), y permite calcular todas las bases de Gröebner de un ideal (para los distintos órdenes) a partir de una de ellas.